

Exerciții și probleme pentru cercurile de matematică

Clasa a III-a

Ediția a III-a revizuită și adăugită

Editura Nomina

CUPRINS

Capitolul 1

METODE DE REZOLVARE A PROBLEMELOR DE ARITMETICĂ

1.1. Metoda grafică (metoda figurativă)	5
1.2. Metoda comparației	11
1.3. Metoda falsei ipoteze	16
1.4. Metoda mersului invers	17
1.5. Probleme de mișcare	20
1.6. Metoda algebrică.....	23

Capitolul 2

TESTE DE VERIFICARE	29
---------------------------	----

Capitolul 3

TESTE GRILĂ	69
-------------------	----

Capitolul 4

TESTE PENTRU CONCURSURI	85
-------------------------------	----

SOLUȚII.....	100
--------------	-----

Capitolul 1. Metode de rezolvare a problemelor de aritmetică.....	100
---	-----

Capitolul 2. Teste de verificare.....	100
---------------------------------------	-----

Capitolul 3. Teste grilă.....	110
-------------------------------	-----

Capitolul 4. Teste pentru concursuri.....	117
---	-----

Capitolul 1

METODE DE REZOLVARE A PROBLEMELOR DE ARITMETICĂ

Acest capitol este destinat îndeosebi copiilor și părinților. Vor fi prezentate cele mai importante metode de rezolvare a problemelor de aritmetică.

Prezentarea metodei este însoțită de exemple de probleme rezolvate, dar și de probleme propuse.

Toate metodele prezentate sunt folosite și în capitolele următoare ale cărții: teste de verificare a cunoștințelor, teste grilă, teste pentru concursuri.

1.1. METODA GRAFICĂ (METODA FIGURATIVĂ)

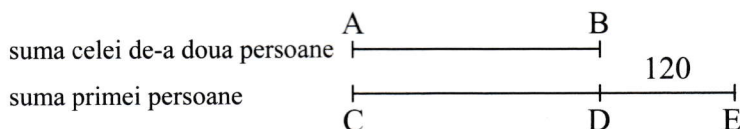
În aplicarea metodei grafice se poate apela la orice categorie de elemente grafice (segmente, cercuri, dreptunghiuri etc.). Folosirea unor anumite elemente grafice este impusă de natura datelor problemei, de accesibilitatea lor, dar mai ales de utilitatea acestora în rezolvarea problemelor.

1.1.a. DETERMINAREA (AFLAREA) NUMERELOR CUNOSCÂND SUMA ȘI DIFERENȚA LOR

1. Două persoane au împreună 540 lei.

Să se afle ce suma are fiecare persoană, dacă prima persoană are mai mult decât a doua persoană cu 120 lei.

Soluție: Reprezentăm cele două mărimi care intervin (sumele celor două persoane) prin două segmente, din care unul are lungimea mai mare (suma primei persoane este mai mare cu 120 lei):



Diferența dintre lungimile segmentelor CE și AB (adică segmentul DE) reprezintă diferența dintre cele două sume. Segmentul care reprezintă suma pe

care o au împreună cele două persoane este format din două segmente de aceeași lungime (fiecare segment reprezintă suma celei de-a doua persoane) și un segment ce reprezintă suma de 120 lei.



Suma celei de-a doua persoane este $(540 - 120) : 2 = 210$ (lei).

Suma primei persoane este $210 + 120 = 330$ (lei) (sau $540 - 210 = 330$).

2. Trei grădini au împreună o suprafață de 3320 m^2 . A treia grădină este cu 220 m^2 mai mare decât a doua, iar prima grădină este cu 180 m^2 mai mare decât a treia.

Să se afle suprafața fiecărei grădini.

Soluție: Suprafețele celor trei grădini sunt reprezentate astfel:

--

Suprafața celei de-a doua grădini

	220
--	-----

Suprafața celei de-a treia grădini

	220	180
--	-----	-----

Suprafața primei grădini

Suprafața celei de-a doua grădini se determină astfel:

$$220 + (220 + 180) = 620; (3320 - 620) : 3 = 900 \text{ m}^2.$$

A treia grădina are: $900 + 220 = 1120 \text{ m}^2$, iar prima grădină are:

$$1120 + 180 = 1300 \text{ m}^2.$$

OBSERVAȚIE: Dacă se cunosc suma S și diferența D a două numere a și b , $a \geq b$, atunci avem $a = (S + D) : 2$, $b = (S - D) : 2$.

Într-adevăr, avem $a + b = S$, $a - b = D$, de unde prin adunare, respectiv scădere rezultă că $2 \times a = S + D$, $2 \times b = S - D$.

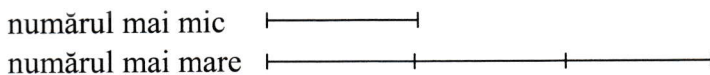
1.1.b. DETERMINAREA A DOUĂ NUMERE CÂND SE CUNOSC SUMA ȘI RAPORTUL LOR

Prin raportul a două numere naturale a și b , $b > 0$, înțelegem $a : b$. Raportul numerelor a și b (în această ordine) se notează cu $\frac{a}{b}$.

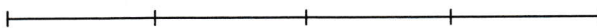
3. Suma a două numere este 224, iar unul din numere este de trei ori mai mare decât celălalt număr.

Să se determine cele două numere.

Soluție: Reprezentăm numerele astfel:



Suma celor două numere este dată de:



Numărul mai mic este: $224 : 4 = 56$.

Numărul mai mare este: $56 \times 3 = 168$ (sau $224 - 56 = 168$).

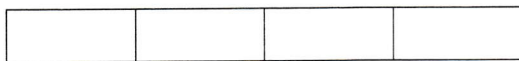
4. Un muncitor a săpat trei sferturi din cât a săpat alt muncitor, împreună au săpat 714 m.

Cât a săpat fiecare muncitor?

Soluție: Reprezentăm suprafețele săpate astfel:



suprafața săpată de primul muncitor



suprafața săpată de al doilea muncitor

Suprafața săpată de cei doi muncitori este suprafața a $4 + 3 = 7$ dreptunghiuri egale.

Primul muncitor a săpat: $714 : 7 \times 3 = 306 \text{ m}^2$.

Al doilea muncitor a săpat: $714 : 7 \times 4 = 408 \text{ m}^2$ (sau $714 - 306 = 408 \text{ m}^2$).

OBSERVAȚIE

Dacă suma a două numere x și y este S , iar raportul lor este $a : b$, atunci cele două numere sunt date de $x = S : (a + b) \times a$ și $y = S : (a + b) \times b$. Într-adevăr, avem $S = x + y$ și $bx = ay$. Înmulțind prima relație cu b , avem $bS = bx + by = ay + by = (a + b) \times y$. Obținem $y = b \times S : (a + b)$. Analog, înmulțind prima relație cu a , avem succesiv $aS = ax + ay = ax + bx = (a + b) \times x$ și deci:

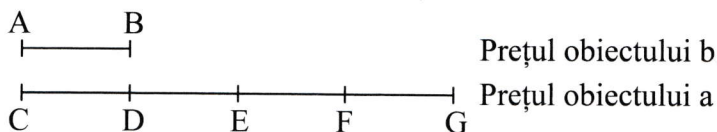
$$x = a \times S : (a + b).$$

1.1.c. DETERMINAREA A DOUĂ NUMERE CAND SE CUNOSC DIFERENȚA ȘI RAPORTUL LOR

5. Un obiect a este de 4 ori mai scump decât un obiect b. Obiectul a a costat cu 369 lei mai mult decât obiectul b.

Să se determine cât costă fiecare obiect.

Soluție: Reprezentăm prețurile celor două obiecte astfel:

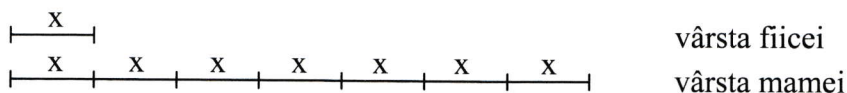


Prețul obiectului b este reprezentat prin segmentul AB, iar prețul obiectului a prin segmentul CG, care este format din patru segmente CD, DE, EF, FG care au aceeași lungime ca și segmentul AB. Diferența celor două prețuri este dată de segmentul DG, care are lungimea de trei ori mai mare decât segmentul AB. Obiectul b costă $369 : 3 = 123$ lei, iar obiectul a costă $123 \times 4 = 492$ lei.

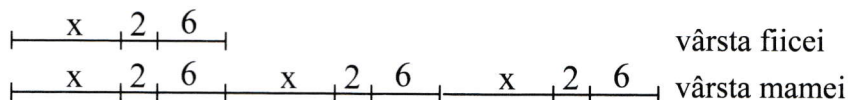
6. În urmă cu 2 ani, vârsta mamei era de 7 ori vârsta fiicei. Peste 6 ani, vârsta mamei va fi de trei ori vârsta fiicei.

Să se determine ce vârstă are fiecare.

Soluție: Vârstele fiicei și mamei în urmă cu doi ani sunt reprezentate astfel:



Peste 6 ani vârstele fiicei și mamei sunt reprezentate astfel:



Comparăm vârsta mamei de acum doi ani cu cea a mamei de peste 6 ani. Diferența acestor vârste este de 8 ani. Cu ajutorul „segmentelor” avem:

$$7x + 2 + 6 = 3 \times (x + 2 + 6), \text{ de unde } 7x - 3x = 24 - 8, \text{ adică } x = 4.$$

Fiica are 6 ani, iar mama are $7 \times 4 + 2 = 30$ ani.

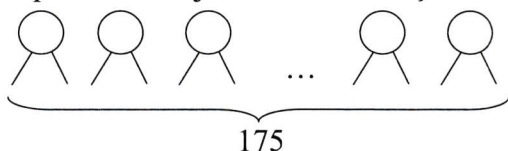
1.1.d. ALTE PROBLEME REZOLVATE CU METODA FIGURATIVĂ

Respect pentru oameni și cărți

7. Într-o fermă sunt crescute găini și oi. Numărul picioarelor este 450, iar numărul capetelor este 175.

Câte găini și câte oi sunt în fermă?

Soluție: Fiecare viată are 2 picioare sau 4 picioare. Figurăm fiecare viată cu două picioare cu ajutorul unui cerc și cu două segmente oblice:



apar $175 \times 2 = 350$ picioare

Rămân $450 - 350 = 100$ picioare, care reprezintă diferența de $4 - 2 = 2$ picioare pentru fiecare oaie. Numărul oilor este $100 : 2 = 50$, iar numărul găinilor $175 - 50 = 125$.

8. Dacă se așază câte doi elevi într-o bancă, rămân 4 elevi. Dacă se așază câte 3 elevi în bancă rămân 3 bănci libere.

Câți elevi și câte bănci sunt?

Soluție: Reprezentăm grafic elevii care au loc în bănci în ambele variante cu ●, iar cei care nu au loc cu ○. Avem următoarea schemă de repartizare:



Completăm băncile de la doi elevi la trei elevi, luând cei patru elevi rămași, dar și cu elevii în număr de 3×2 din băncile rămase libere. Avem următoarea repartizare:



Avem $4 + 3 \times 2 + 3 = 13$ bănci și $13 \times 2 + 4 = 30$ elevi.

9. Doi elevi au împreună suma de 120 lei.

Să se determine ce sumă are fiecare elev, dacă două treimi din suma unuia reprezintă două șeptimi din suma celuilalt.

Soluție: Folosim următoarea reprezentare grafică:



Suma pentru primul elev

Suma pentru al doilea elev

În total avem $3 + 7$ segmente egale (congruente). Fiecare segment reprezintă $120 \text{ lei} : 10 = 12 \text{ lei}$.

Primul elev are $12 \times 3 = 36 \text{ lei}$, iar al doilea elev are $12 \times 7 = 84 \text{ lei}$.

1. Într-o livadă sunt 207 meri, peri și pruni. Numărul merilor este cu 24 mai mic decât al prunilor, dar cu 39 mai mare decât al perilor.

Câți meri, peri, respectiv pruni sunt în livadă?

2. În trei depozite erau în total 200 de tone de zahăr. Din fiecare depozit s-a vândut aceeași cantitate de zahăr și au rămas 25 de tone în primul depozit, 36 de tone în al doilea depozit și 43 de tone în al treilea depozit.

Ce cantitate de zahăr a fost în fiecare depozit?

3. Trei grădini au împreună suprafața de 92 ha. Suprafața primelor două grădini este de 55 ha, iar a ultimelor două grădini de 63 ha.

Ce suprafață are fiecare grădină?

4. În două biblioteci sunt 440 de cărți. Într-o bibliotecă sunt cu 14 cărți mai mult decât dublul numărului de cărți din cealaltă bibliotecă.

Câte cărți sunt în fiecare bibliotecă?

5. Trei persoane au împreună suma de 720 lei. A doua persoană are de două ori mai mult decât prima persoană și încă 50 lei. A treia persoană are de 3 ori mai mult decât primele două la un loc și încă 40 lei.

Ce sumă are fiecare persoană?

6. Suma a trei numere este 288. Jumătate din primul număr este cât o treime din al doilea număr, respectiv cât un sfert din al treilea număr.

Să se afle numerele.

7. Bunica, mama și fiica au împreună 87 ani. Peste 3 ani, mama va fi de 5 ori mai în vârstă decât fiica, iar bunica de două ori mai în vârstă decât mama.

Ce vârstă are fiecare?

8. Un turist a parcurs o distanță de 108 km pe jos și cu mașina. Distanța parcursă pe jos reprezintă două șeptimi din distanța parcursă cu mașina.

Ce distanță a parcurs pe jos și ce distanță a parcurs cu mașina?

9. Într-o cutie sunt de trei ori mai multe bile albe decât negre. Patru elevi iau câte o bilă albă și câte o bilă neagră. Rămân în cutie de 4 ori mai multe bile albe decât bile negre.

Câte bile albe și câte bile negre au fost inițial în cutie?

10. Un călător a parcurs un drum în trei zile astfel: în prima zi o treime din distanță, a doua zi un sfert din restul distanței rămase, iar în a treia zi cu 36 km mai mult decât în prima zi.

Să se determine ce distanță a parcurs în fiecare zi.

11. Un grup de fete și băieți se așază pe un rând astfel încât oricare 3 fete se află între grupe de câte doi băieți. Numărul total de copii este 147.

Să se determine numărul băieților și numărul fetelor.

1.2. METODA COMPARAȚIEI

În problemele care se rezolvă prin metoda comparației intervin două sau mai multe mărimi variabile care iau diverse valori. Aceste mărimi sunt legate între ele prin relații (liniare) bine precizate.

Dacă valorile aceleiași mărimi sunt egale (din enunțul problemei), se reduc aceste mărimi (nu mai apar într-o nouă relație), prin scăderea relațiilor respective.

Dacă mărimile nu au valori egale din enunțul problemei, apare necesitatea aducerii la același termen de comparație. Acest lucru se realizează prin înmulțirea relațiilor date cu numere convenabil alese.

1.2.1. ELIMINAREA UNEI MĂRIMI PRIN REDUCERE

10. Un caiet, un pix și un stilou costă împreună 16 lei. Un caiet, trei pixuri și un stilou costă împreună 24 lei. Un caiet, un pix și 4 stilouri costă împreună 46 lei.

Să se afle cât costă un caiet, cât costă un pix și cât costă un stilou.

Soluție:

1 caiet..... 1 pix..... 1 stilou..... 16 lei (1)

1 caiet..... 3 pixuri 1 stilou..... 24 lei (2)

1 caiet..... 1 pix..... 4 stilouri 46 lei (3)

Scăzând prima relație din a doua relație rezultă că $3 - 1 = 2$ pixuri costă $24 - 16 = 8$ lei. Un pix costă 4 lei.

Scăzând prima relație din a treia relație rezultă că $4 - 1 = 3$ stilouri costă $46 - 16 = 30$ lei. Un stilou costă 10 lei.

Un caiet costă $16 - 4 - 10 = 2$ lei.

11. Un caiet, 2 pixuri și 3 stilouri costă împreună 40 lei. Trei caiete, un pix și 2 stilouri costă împreună 30 lei. Două caiete, 3 pixuri și un stilou costă împreună 26 lei.

Să se afle cât costă un caiet, cât costă un pix și cât costă un stilou.

SOLUȚII

Capitolul 1. METODE DE REZOLVARE A PROBLEMELOR DE ARTIMETICĂ

1.1. METODA GRAFICĂ (FIGURATIVĂ)

1. 98 pruni, 74 meri, 35 peri; 2. 57 tone, 68 tone, 75 tone; 3. 29 ha, 26 ha, 37 ha; 4. 142, 298; 5. 40 lei, 130 lei, 550 lei; 6. 64, 96, 128; 7. 3 ani, 27 ani, 57 ani; 8. 24 km, 84 km; 9. 36 bile albe, 12 bile negre; 10. 72 km, 36 km, 108 km; 11. 60 băieți, 87 fete.

1.2. METODA COMPARAȚIEI

1. 6 ℓ, 9 ℓ; 2. 15 lei – cartea, 40 lei – stiloul; 3. 4 km/h, 10 km/h, 50 km/h; 4. 24 kg, 60 kg, 90 kg; 5. 10 lei – cartea, 6 lei – penarul, 4 lei – pixul.

1.3. METODA FALSEI IPOTEZE

1. 12 bancnote de 5 lei și 8 bancnote de 10 lei; 2. 12 saci de 25 kg, 15 saci de 30 kg și 24 saci de 35 kg; 3. 284 kg și 56 lăzi; 4. 2 cu răspuns greșit, 15 cu răspuns corect, 3 fără răspuns.

1.4. METODA MERSULUI INVERS

1. 4; 2. 360 kg; 3. 32; 4. 30 lei, 80 lei, 180 lei, 380 lei.

1.5. PROBLEME DE MIȘCARE

1. 1440 km; 2. 60 km/h; 3. 15 m/s = 54 km/h, 20 m/s = 72 km/h; 4. 30 km; 5. 160 km, 165 km.

Capitolul 2. TESTE DE VERIFICARE

TESTUL NR. 1

1. a) 12; 17; 23; 35; 42; 72; 103; 115. b) 115; 103; 72; 42; 35; 23; 17; 12. 2. 11; 22; 33; 44; 55; 66; 77; 88; 99. 3. 20; 40; 40; 30; 80. 4. $(16 + 18) + (81 - 62) = 34 + 19 = 53$. 5. $(54 + 46) - (54 - 46) = 100 - 8 = 92$. 6. Din enunț avem: $27 + (27 + 9) + x = 100$, unde x este cel de-al treilea număr. Atunci $x = 100 - 27 - 36 = 37$. 7. Diferența dintre vârsta tatălui și cea a fiului este de 32 ani. Când fiul va împlini vârsta de 18 ani, tatăl va avea cu 32 ani mai mult, respec-

libris

tiv 50 de ani. **8.** $29 + 7 = 36$ (cărți pe primul raft); $29 - 7 = 22$ (cărți pe al doilea raft). **9.** $18 + 4 = 22$ (pruni); $18 + 22 + 10 = 50$ (meri); $50 - 27 = 23$ (cireși); $18 + 22 + 50 + 23 = 113$ (pomi fructiferi). **10.** $A = (7 + 23) + (12 + 28) + (15 + 5) = 30 + 40 + 20 = 90$.

TESTUL NR. 2

1. a) 23; 41; 46; 57; 72; 78; 98; 113; b) 113; 98; 78; 72; 57; 46; 41; 23. **2.** 20; 31; 42; 53; 64; 75; 86; 97. **3.** 20; 80; 40; 100; 30. **4.** $(17 + 19) + (91 - 72) = 36 + 19 = 55$. **5.** $(63 + 37) - (63 - 37) = 100 - 26 = 74$. **6.** Din enunț avem: $35 + (35 - 9) + x = 100$, unde x este cel de-al treilea număr. Atunci $x = 100 - 35 - 26 = 39$. **7.** Diferența dintre vârsta mamei și cea a fiicei este de 25 ani. Când fiica va împlini 18 ani, mama va avea cu 25 ani mai mult, respectiv 43 ani. **8.** $31 + 9 = 40$ (mere în primul coș); $31 - 9 = 22$ (mere în al doilea coș). **9.** $24 - 3 = 21$ (garoafe roșii); $24 + 21 + 15 = 60$ (garoafe galbene); $24 + 21 + 60 = 105$ (garoafe). **10.** $B = (27 + 3) + (46 + 14) + (21 + 9) = 30 + 60 + 30 = 120$.

TESTUL NR. 3

1. a) 9; 16; 17; 28; 46; 72; 135; 215; b) 215; 135; 72; 46; 28; 17; 16; 9. **2.** 13; 24; 35; 46; 57; 68; 79. **3.** 40; 50; 30; 80; 90. **4.** $(16 + 26) + (62 - 35) = 42 + 27 = 69$. **5.** $(72 + 28) - (72 - 28) = 100 - 44 = 56$. **6.** Din enunț avem: $17 + (17 + 17) + x = 100$, unde x este cel de-al treilea număr. Atunci $x = 100 - 17 - 34 = 49$. **7.** Diferența dintre vârsta tatălui și cea a fiului este de 28 ani. Când tatăl va împlini 40 ani, fiul va avea cu 28 ani mai puțin, respectiv 12 ani. **8.** $48 + 12 = 60$ (timbre în primul clasor); $48 - 12 = 36$ (timbre în al doilea clasor). **9.** $32 - 6 = 26$ (kg pere); $32 + 26 - 18 = 40$ (kg portocale); $40 - 6 = 34$ (kg banane); $32 + 26 + 40 + 34 = 132$ (kg fructe). **10.** $C = (1 + 9) + (2 + 8) + (3 + 7) + (4 + 6) + 5 = 10 + 10 + 10 + 10 + 5 = 45$.

TESTUL NR. 4

1. a) 28; 31; 39; 45; 96; 104; 115; 198; b) 198; 115; 104; 96; 45; 39; 31; 28. **2.** 21; 42; 63; 84. **3.** 70; 90; 50; 30; 40. **4.** $(19 + 35) + (85 - 39) = 54 + 46 = 100$. **5.** $(81 + 19) - (81 - 19) = 100 - 62 = 38$. **6.** Din enunț avem: $22 + 11 + x = 100$, unde x este cel de-al treilea număr. Atunci $x = 100 - 33 = 67$. **7.** Diferența dintre vârsta mamei și cea a fiicei este de 25 ani. Când mama va împlini 60 ani, fiica va avea cu 25 ani mai puțin, respectiv 35 ani. **8.** $39 + 15 = 54$ (bile în prima cutie); $39 - 15 = 24$ (bile în a doua cutie). **9.** $16 + 5 = 21$ (cărți pe al doilea raft); $16 + 21 + 9 = 46$ (cărți pe al treilea raft); $46 - 28 = 18$ (cărți pe al patrulea raft); $16 + 21 + 46 + 18 = 101$ (cărți în total). **10.** $D = (16 + 24) + (17 + 13) + (18 + 22) = 40 + 30 + 40 = 110$.